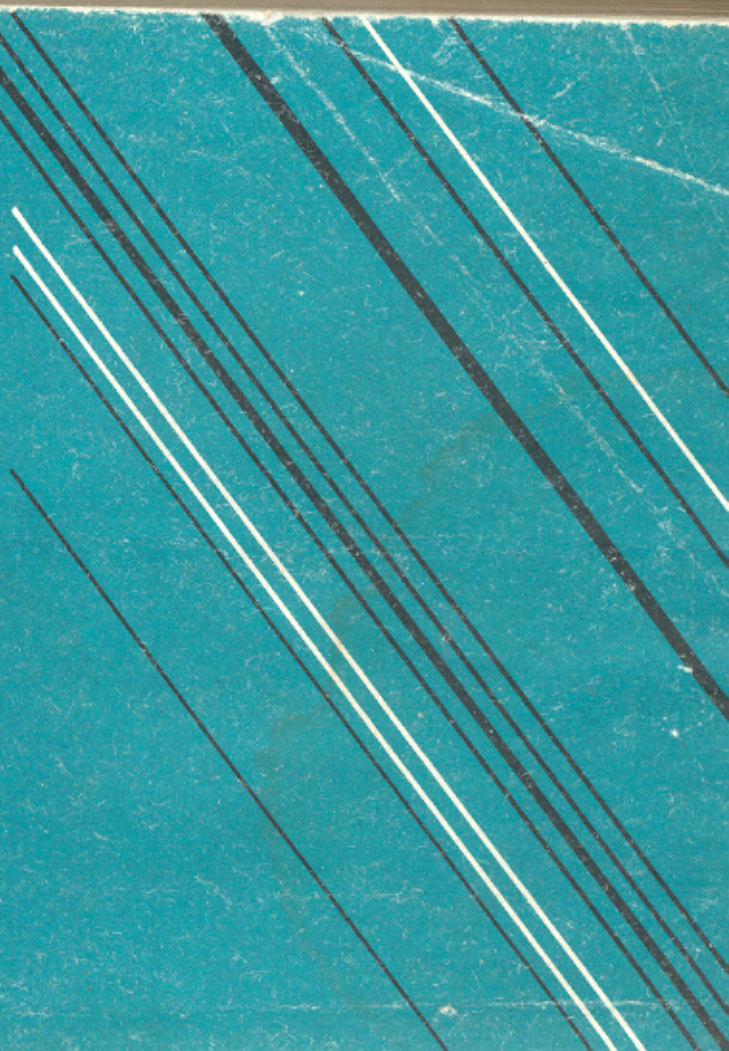


М.М. Элланский
Б.Н. Еникеев

**ИСПОЛЬЗОВАНИЕ
МНОГОМЕРНЫХ
СВЯЗЕЙ
В НЕФТЕГАЗОВОЙ
ГЕОЛОГИИ**



ные стратегии численного расчета производных. Марквардт рекомендовал $\nu_+ = 1/\nu_- = 10$ и $\lambda_0 = 0,01$. Впоследствии был предложен ряд способов учета результатов на предыдущих итерациях для расчета λ . Так, на шаге 6 рекомендовалось уменьшать λ лишь в том случае, когда на данной итерации она не увеличивалась. При такой версии алгоритма значения ν_+ и ν_- рекомендуется задавать равными 1,5–3,0. При решении системы уравнений (4.13) рекомендуется применять специально предназначенные для решения линейных задач методы, в частности, использовать разложение или же алгоритмы псевдообращения Грамма – Шмидта, Хаузгольдера и т.п. Б.Н. Еникеевым на протяжении ряда лет применяется модифицированный вариант подобного алгоритма, имеющий несколько более сложную блок-схему, но дающий в ряде случаев существенно более высокое быстродействие и обладающий высокой надежностью (при анализе блок-схемы рекомендуем читателю для облегчения работы сопоставить ее с блок-схемой Марквардта).

1. Инициализация: $igl = 0$; $\nu_{\min} = 0,075$; $\nu_{\max} = 7,5$; $i_{\lambda} = 1000$; вычислим $S = S(X_0)$; $SOLD = S1,1$; $GRNS = S$; $\lambda_{\max} = 10000$; $\lambda = 0$.

II. Начало основного цикла:

1) при $(\lambda > 0,1E - 4) \wedge (igl > 2)$ уходим на 3;
 2) Гаусс – Ньютон. Решаем систему (4.13) при $\lambda = 0$; вычисляем $X_1 = X + \Delta X$ и $S_1 = S(X)$. При $S_1 < S$ полагаем $\lambda = 0$, $i_{\lambda} = 0$ и уходим на 4;

3) спуск методом Левенберга – Марквардта:
 3а) для $\lambda < 0,1E - 6$ полагаем $\lambda = 0,1E - 6$; при $i_{\lambda} > 0$ уходим на 3б;

3б) $igl = igl + 1$; для $igl > 3$ $\nu_{\min} = 0,5(0,2 + \nu_{\min})$; $\nu_{\max} = 0,5(2 + \nu_{\max})$; $\lambda = \lambda \nu_{\min}$;

3в) $i_{\lambda} = 0$;

3г) Левенберг – Марквардт, решаем систему (4.13) при заданном λ ; вычисляем $X_1 = X + \Delta X$ и $S_1 = S(X)$;

3д) при $(\lambda < 10) [S_1 < (S - GRNS)]$ уходим на 6;

3е) при $(S_1 < S)$ уходим на 4;

3ж) подбор λ : $i_{\lambda} = i_{\lambda} + 1$; для $i_{\lambda} < 3$ уходим на 3з, $Acc = 1 + (i_{\lambda} - 2)$; для $Acc \geq 10$; для $\lambda > \lambda_{\max}$ положим $\lambda = \lambda_{\max}$; $\nu_{\max} = \nu_{\max} \cdot x$; Acc ; $\nu_{\min} = \nu_{\min}/Acc$; для $\nu_{\max} \geq 20$; для $\nu_{\min} \leq 0,05$;

3з) $\lambda = \lambda \nu_{\max}$; для $(\lambda < 1000)$ уходим на 3г;

3и) если угол между направлениями Гаусса – Ньютона и наискорейшего спуска не слишком велик и $\lambda < \lambda_{\max}$, то уходим на 3г; 3к) уходим на 5;

4) экстраполяция (если удачна – на 6);

5) поиск оптимума в интервале $S = S(XOPT)$;

6) $GRNS = (SOLD - S)0,25$; $SOLD = S \cdot 0,999999$;

7) подсчет векторов P и G системы (4.13);

8) проверка критерия окончания, если он выполнен – уход на 1;

9) завершение счета.

В случае, когда время решения системы (4.13) соизмеримо со

временем расчета (4.12) (для задач количественной интерпретации данных ГИС это обычно справедливо), полезным может быть алгоритм SPINAL Джонаса, в котором, если λ выбрано неудачно, то повторное решение системы (4.13) не производится, а значение корректирующего вектора ΔX находится спуском вдоль спирали, соединяющей вектор градиента и исходное значение ΔX . Хотя такой алгоритм, как правило, требует большого числа обращений к расчету $S(X)$, общее время расчета может быть тем не менее меньше.

Важным является вопрос учета ограничений на переменные. Обычно из физических соображений вытекает, что все X так или иначе ограничены (обычно они меньше единицы и больше нуля). Способ учета ограничений зависит от применяемого алгоритма поиска минимума.

§ 3. Перспективные направления развития методов количественной обработки и поддержки интерпретации данных ГИС

В настоящее время мы наблюдаем переход между двумя стилями интерпретации данных ГИС. Первый, традиционный, по существу рассматривает ее как некое полурформальное применение уже установленных палеток, приемов и формул в определенной последовательности. Второй исходит из представлений о развиваемости петрофизики и поэтому опирается на разное видение объекта интерпретации, исходя из разных концепций, моделей, уравнений, приемов интерпретации; этому стилю соответствуют способы решения систем петрофизических уравнений с целью количественной обработки и интерпретации, описанные в предыдущем параграфе и позволяющие достигнуть большой гибкости в сочетании разных методов ГИС и в использовании все более сложных петрофизических моделей.

Если в рамках первого стиля работы качество интерпретации может оцениваться как точность соблюдения соответствующих норм и ритуалов работы, то критерии работы во втором стиле построить сложнее. Работа в этом стиле должна оцениваться тем выше, чем больше взаимосвязей, отвечающих природе явлений, используется. При этом важная роль принадлежит процессам отбора и проверки этих взаимосвязей, а также осмысления полученных результатов. В этой связи оценка качества интерпретации должна учитывать адекватность выбранных моделей и емкость множества, которое было рассмотрено при таком выборе. По сути при этом мы приходим к рассмотрению работы интерпретатора, творческой целью которой является не столько закруглить, сколько выявить и заострить, используя всю доступную информацию. При этом в качестве компонент оценок качества интерпретации должны выступать энтропийные оценки емкости информации, вблне в духе оценок, используемых А.Н. Колмогоровым и Ю.М. Лотманом при анализе художественных тестов.

ЧАСТЬ В Т О Р А Я. Использование систем многомерных взаимосвязей для комплексной интерпретации геолого-геофизических данных	123
Глава 5. Задачи поиска и разведки месторождений нефти и газа	123
§ 1. Задачи количественного прогноза нефтегазоносности	129
§ 2. Выделение коллекторов в разрезе скважин и оценка характера их насыщения	137
§ 3. Оценка подсчетных параметров нефтегазовых отложений	155
Глава 6. Задачи геолого-промыслового обеспечения разработки месторождений нефти и газа	155
§ 1. Выделение эксплуатационных объектов	163
§ 2. Изучение влияния геологических и технологических характеристик залежи на нефтеотдачу	167
§ 3. Прогноз дебитов газа и нефти	172
Глава 7. Примеры практического использования систем многомерных взаимосвязей между характеристиками геологических объектов при решении задач нефтегазовой геологии	172
§ 1. Примеры прогноза нефтегазоносности	186
§ 2. Примеры оценки нефтеотдачи по промысловым и технологическим характеристикам залежей на разных стадиях их разработки	192
§ 3. Примеры оценки фильтрационно-емкостных характеристик продуктивных отложений (выделение коллекторов, оценка характера их насыщения и нефтеотдачи)	199
Заклучение	200
Список литературы	

Предисловие	3
ЧАСТЬ П Е Р В А Я. Многомерные связи и их системы в нефтегазовой геологии	5
Глава 1. Методолого-методические основы изучения многомерных связей между характеристиками геологических объектов	5
§ 1. Принципы математического моделирования взаимосвязей между характеристиками объектов нефтегазовой геологии и общая схема построения математических моделей этих взаимосвязей	19
§ 2. Методологические аспекты моделирования горных пород при изучении взаимосвязей между их характеристиками	25
§ 3. Способы введения априорной информации при построении и селекциии математических моделей горных пород	28
Глава 2. Взаимосвязи между коллекторскими и литологическими свойствами осадочных пород с межгранулярной пористостью	28
§ 1. Взаимосвязь между открытой пористостью пород и ее гранулометрическим и минеральным составами	35
§ 2. Взаимосвязь между открытой пористостью пород и содержанием глинистого и карбонатного материала	38
§ 3. Взаимосвязь остаточной водонасыщенности с открытой пористостью, глинистостью и другими свойствами пород	47
§ 4. Взаимосвязь проницаемости с открытой пористостью, остаточной водонасыщенностью и другими свойствами пород	64
Глава 3. Влияние коллекторских и литологических свойств осадочных пород на их геофизические характеристики	64
§ 1. Зависимость удельного электрического сопротивления пород от их пористости, глинистости, водонасыщенности и сопротивления насыщающему раствору	76
§ 2. Зависимость диффузионно-адсорбционных потенциалов пород от их пористости, глинистости, водонасыщенности	84
§ 3. Зависимость показаний гамма-каротажа и нейтронного гамма-каротажа от вещественного состава и насыщенности пород	89
§ 4. Зависимость показаний гамма-гамма-каротажа и акустического каротажа от открытой пористости, глинистости и насыщенности горных пород	93
§ 5. Взаимосвязи для пород со сложной структурой порового пространства	99
Глава 4. Системы многомерных взаимосвязей для комплексной интерпретации геолого-геофизических данных	99
§ 1. Общие требования к системам многомерных взаимосвязей	104
§ 2. Методы решения систем многомерных петрофизических взаимосвязей	113
§ 3. Перспективные направления развития методов количественной обработки и поддержки интерпретации данных ГИС	

матрица выбора направления спуска \bar{P}^{l+1} на основе покоординатного просмотра точек, соседних с \bar{X}^{l+1} и суммирования полученного сдвига с \bar{P}^l . Таким образом, алгоритм этот напоминает метод сопряженных градиентов, хотя принципиально отличен от него (не вычисляются производные, не проводится одномерный поиск, покоординатный просмотр соседних точек осуществляется с шагом, зависящим от близости к экстремуму и т.д.). Метод прост и удобен, однако практика расчетов показала, что алгоритм в ряде случаев останавливается преждевременно, кроме того скорость его сходимости в районе экстремума недостаточно велика.

Более надежным показал себя метод вращающихся координат Розенброка. Он напоминает метод конфигураций, однако его особенностью является то, что просмотр окрестности \bar{X} производится в ортогональной системе координат, одна из осей которых совпадает с \bar{P}^l . Метод эффективен для задач низкой и средней размерности, однако скорость сходимости его не всегда достаточно высока. Кроме того, этот метод требует значимо больше время на проведение подготовительных операций (в частности, ортогонализации).

К числу наиболее надежных и быстрых методов можно отнести гибридный поисковый метод оптимизации, сочетающий достоинства метода Розенброка вдали от экстремума с квадратичной сходимостью метода барицентрических координат вблизи экстремума. Метод барицентрических координат подробно описан в работе [33] и основан на использовании приближенной поверхности, оптимизируемой функции вблизи экстремума многомерной квадратичной поверхностью. Этот метод очень эффективен вблизи экстремума и расходится вдали от него. Идея построения гибридных методов, использующих метод барицентрических координат, принадлежит Л.С. Полаку. Подробное описание первого метода такого типа, включающего также координатный спуск и спуск методом сопряженных градиентов, приведено в работах [33, 42].

Метод DRQ (Double - Rosenbrock - Quadratic) разработан на основе целой серии вычислительных экспериментов, часть из которых опубликована [33, 42]. Он оказался удобным при решении широкого круга прикладных задач. Метод этот и результаты его тестирования подробнее описаны в работах [33, 42].

Отдельным классом методов оптимизации являются методы Гаусса - Ньютона (один из таких методов используется в системе ОРТМА). Эти методы предназначены для решения специализированной задачи - минимизации суммы квадратов. Методы этого класса довольно эффективны и поэтому имеют смысл останавливаться на них подробнее, изложив современную версию алгоритма метода Марквардта - Гаусса - Ньютона. Алгоритм предназначен для решения задачи минимизации суммы квадратов отклонений измеренных величин Y_j^2 от расчетных Y_j^p , т.е. для минимизации функционала $S(\bar{X})$, эквивалентного функционалу

$$S(\bar{X}) = \sum_{j=1}^n [Y_j^2 - Y_j^p(\bar{X})]^2. \quad (4.12)$$

Размерность вектора \bar{X} считаем равной k , а число изменений \bar{Y} считаем равным n . Минимизация $S(\bar{X})$ возможна заведомо малoeffektivным, кроме простейшего случая (слабозависимых аргументов \bar{X}) градиентным методом (последовательный спуск вдоль направленных градиентов) или же методом Гаусса - Ньютона, основанном на минимизации выражения для $Y_j^p(\bar{X})$ по $\Delta\bar{X}$. Метод Левенберга - Марквардта является компромиссным, позволяющим получить в зависимости от некоторого параметра λ спектр направлений, лежащих в промежутке между градиентным и направлением Гаусса - Ньютона.

Если производные $\frac{\partial Y_j^p(\bar{X})}{\partial X_i}$ записать в виде вектора P_i ,

то метод Гаусса - Ньютона сводится к последовательному решению матричных уравнений

$$(\bar{P}^T \bar{P} + \lambda I) = \bar{P}^T [\bar{Y}^2 - \bar{Y}^p(\bar{X})] = g(\bar{X}) \quad (4.13)$$

при $\lambda = 0$, а градиентный метод отвечает решениям этого же уравнения при $\lambda \rightarrow \infty$. Оказалось, что в большинстве задач угол между направлениями Гаусса - Ньютона и градиентным близок к 90° . Поскольку методы эти резко различаются своей областью применимости - градиентных плохо сходится в районе экстремума, а метод Гаусса - Ньютона расходится вдали от экстремума, их сочетание позволяет надеяться получить достоинства обоих методов. В связи с этим Левенберг предложил использовать нулевое λ , а Марквардт предложил производить подбор λ в процессе счета по следующему алгоритму.

1. Выберем некое $\lambda = \lambda_0$ и вычислим $S_0 = S(\bar{X}_0)$ и производные по \bar{X} .

2. Найдем решение уравнения (4.13) и вычислим $\bar{X}_1 = \bar{X} + \Delta\bar{X}$ и $S_1 = S(\bar{X}_1)$.

3. Если $S_1 < S_0$, перейдем на 8.

4. Увеличим λ в ν_+ раз.

5. Если $\lambda < \lambda_{\max}$ вернемся на 2.

6. Последовательным уменьшением $\Delta\bar{X}$ ищем точку с минимумом $S(\bar{X} + \Delta\bar{X})$. Если точку найти не удастся, выходим на 9.

7. Проверим критерий окончания счета, например, если $\Delta\bar{X}$ или норма градиента малы, выходим на 9.

8. Вычисляем производные, вектор остатков $(\bar{Y} - \bar{Y}^p)$ уменьшаем λ в ν_- раз и идем на 2.

9. Завершаем счет.

Основные модификации этого алгоритма, сделанные после 1963 г. сводятся к следующему. Во-первых, были предложены различные стратегии выбора λ , во-вторых, большое внимание уделялось повышению устойчивости нахождения оценки $\Delta\bar{X}$, в-третьих, разрабатывались различ-

ру могут быть известны оценки векторов параметров, характеризующих случайные ошибки σ^1 и σ^2 взаимосвязей с довольно высокой точностью в заданных I_n . Далее в этой главе мы обычно будем предполагать, что они известны точно, или могут быть оценены по значениям Y .

Введенные нами выше типы взаимосвязей $Y - \bar{X}$, $\bar{X} - \bar{X}$, $\bar{X} - Z$ — обработчик — интерпретатор должен сделать свой выбор, наполнив его конкретным содержанием (теми или иными типами взаимосвязей или путем уточнения их параметров).

Более того, анализ современных отечественных [18, 21, 33, 34, 42, 43, 63] и зарубежных [72] разработок позволяет сказать, что на данный момент введенные взаимосвязи исчерпывают основные их типы, используемые при количественной обработке данных ГИС. Некоторая неполнота нашей системы взаимосвязей может быть связана лишь с двумя неогороженными выше допущениями: 1) предполагается, что показания всех методов ГИС приведены к одному масштабу и отвечают единой решающей способности; 2) предполагается, что мы оцениваем компоненты \bar{X} уже по проинтерпретированным показаниям методов ГИС (например, работаем не с кривой кажущегося сопротивления, а с оцененными значениями сопротивления породы и зоны проникновения). Оба этих допущения, в принципе, могут быть сняты, однако работы в этом направлении [24] пока еще имеют исследовательский характер.

Итак, оценка характеристик пласта должна быть предварена выбором в введенном пространстве типов взаимосвязей. После того как этот выбор сделан, перед интерпретатором стоит задача отыскания решения, удовлетворяющего подобной системе взаимосвязей.

§ 2. Методы решения систем многомерных петрофизических зависимостей

В предыдущем параграфе фактически приведена формализованная постановка задачи обработки геолого-геофизических данных. Требуется по взаимосвязям введенных выше типов получить оценку вектора исходных характеристик изучаемых отложений \bar{X} . Ясно, что оценка эта должна определяться с учетом необходимости наилучшим образом (с учетом оценок ошибок) удовлетворять всем выбранным зависимостям, а также измерениям вектора \bar{Y} .

Может быть предложен целый ряд способов построения таких решений. Исторически одним из первых в геофизике появился способ, предложенный Л.А. Халифиным [54]. Применительно к задачам обработки данных каротажа он развивался в работах [18, 31, 33, 42]. Речь идет о статистическом подходе к интерпретации данных ГИС, согласно которому выбор вектора \bar{X} должен быть таким, чтобы невязки $S(\bar{X})$ правых и левых частей зависимостей, нормированные на дисперсии, были минимальны (это относится к зависимостям типа (4.2) и (4.5)). Таким

образом, речь идет о минимизации отклонений вычисленных по \bar{X} оценок \bar{Y} от измеренных в области, в которой оценки \bar{X} взаимосогласованы (отвечают соотношениям (4.4) — (4.6)). В случае, когда речь идет лишь об уравнениях типа (4.2) и грубыми ошибками можно пренебречь, мы приходим (для оценки \bar{X}) к методу наименьших квадратов, при котором $S(\bar{X})$ имеет довольно простой вид

$$S(\bar{X}) = \left\{ \sum_{j=1}^n [Y_j - \Phi_{jm}^0(\bar{X}, \bar{\theta}_{jm}^0)] / \sigma_{ym}^0 \right\}^2, \quad (4.8)$$

где n — число используемых при обработке показаний методов каротажа; Y_j — их показания \bar{Y} этого метода.

В качестве оценок \bar{X} выбирают такие, которые делают $S(\bar{X})$ минимальным. В частном случае, когда все ошибки равны нулю, в точке минимума $S(\bar{X})$ должно равняться нулю. Следует отметить, что метод оценки \bar{X} , отвечающий минимизации критерия $S(\bar{X})$, пригоден далеко не всегда. Во-первых, совершенно очевидно, что число компонент вектора искомого характеристик \bar{X} должно не превышать n . Во-вторых, может оказаться, что минимизация критерия $S(\bar{X})$, по существу, происходит не по всей совокупности компонент вектора \bar{X} , а лишь по некоторой комбинации их (так, в отсутствии методов, реагирующих на пористость, по "методам влажности" разделить влияние пористости и водонасыщенности и тем самым получить их отдельные оценки невозможно).

Поскольку минимизация критерия (4.8) в условиях, когда введены нами соотношения справедливости, эквивалентна применению для оценивания метода максимума правдоподобия, то такие оценки называют целый ряд замечательных свойств этого метода. Так, они являются асимптотически несмещенными, состоятельными и асимптотически эффективными [7]. Впрочем для задач каротажа, где число n соизмеримо с k , достоинства эти носят, скорее, чисто теоретический характер, позволяющий не сомневаться в обоснованности такого подхода с точки зрения математической статистики.

Здесь уместно заметить, что при задании критерия (4.8) нами было введено содержательно малообоснованное допущение о том, что погрешности показаний разных методов каротажа в данном пласте независимы. На самом деле ясно, что зависимости такие существуют (так, влияние неучтенных факторов, таких, как каверны или конечная мощность пласта, на показания ГИС носят зачастую закономерный характер). Проблема заключается в задании уравнений для погрешностей и в корреляции их для различных методов ГИС. Один из подходов к построению уравнений для оценки погрешностей, на котором мы сейчас не имеем возможности остановиться, подробнее приведен в работах [42, 43].

С формальной точки зрения учет корреляции погрешностей приводит к появлению в критерии (4.8) дополнительных перекрестных членов, содержащих произведение невязок по разным методам каротажа. В случае, когда подобная корреляция достаточна мала, ею можно

из уравнений, отвечающих $L(i)$, мы получили вектор $\bar{X}(i)$ и значение критерия $S[\bar{X}(i)]$. Тогда в качестве решения должно быть выбрано максимизирующее произведение $P(i)$ на $L[\bar{X}(i)]$, где $L[\bar{X}(i)] -$ функция правдоподобия, получаемая из оценки $S[\bar{X}(i)]$. В простейшем случае переход от $S[\bar{X}(i)]$ к $L[\bar{X}(i)]$ производится на основе взятия экспоненты и нормировки (например, переходят от метода наименьших квадратов к методу максимума правдоподобия).

Особенностью такого подхода является учет вероятностей типов $P(i)$. Заметим, что учет этот реально может приводить к результатам, значительно отличным от получаемых при гипотезе равновероятности [42]. Так, известная программа "КОМПОР" исходит, по существу, из того, что наличие различных компонент в породе равновероятно, а выбрать из множества компонент надо лишь некое подмножество. Ясно, что вероятности наличия тех или иных минералов, таких, как гипс, ангидрит, доломит, кварц и т.п., могут являться значимо различными. Задание этих вероятностей позволило бы осуществлять выбор компонент хотя и автоматически, но опираясь на представления геологов о разрезе, и не получать там, где это маловероятно, интервалы с большим содержанием ангидрита или гипса.

Следует упомянуть еще об одной особенности такой постановки задачи решения систем нелинейных уравнений методом оптимизации. При поиске минимума функционала $S(X)$ следует каждый раз исходить из начальных приближений, адекватных этим типологиям, т.е. гарантирующих попадание в окрестность требуемого локального минимума. Перейдем теперь к вопросу об алгоритмическом и программном обеспечении оптимизационных методов решения систем уравнений и неравенств. Вопрос этот чрезвычайно важен, поскольку плохой метод может не привести в требуемый экстремум. Выражается это низкое качество метода оптимизации обычно в виде зависимости получаемых результатов от задаваемых начальных приближений. Такие недостатки отмечаются у многих используемых при обработке данных каротажных программных комплексов (например, в системах GLOBAL, ULTRA, WDS). Именно поэтому специалисту необходимо если не знание методов оптимизации, то хотя бы понимание основных, заложенных в алгоритмы этих методов идей.

Все эти методы исходят из одной достаточно простой идеи — идеи последовательного выбора из окрестности очередной i -й вектор-точки X^{i+1} , которой отвечает меньшее значение оптимизируемого функционала $S(X^{i+1})$. Процесс этот продолжается до тех пор, пока не достигается ситуация, в которой очередная лучшая точка X^{i+1} не оказывается слишком близко от предшествующей X^i . Такое описание процесса поиска минимума является, конечно, заведомо упрощенным, однако наглядно проявляет возникающие при этом проблемы. Во-первых, метод будет сходиться лишь к одному из экстремумов (т.е. если их несколько, то задача поиска наиболее глубокого — гло-

бального требует более сложного алгоритма). Во-вторых, желательнее иметь достаточно эффективный способ продолжения более предпочтительной точки в окрестности очередной (обычно такие способы основываются или на локальной аппроксимации функции через ее производные в окрестности очередной точки или на поисковом прощупывании окрестностей по ранее построенной системе поисковых направлений). Так, целый ряд методов выделяет два этапа: поиска вектора — направлений спуска P^i и поиска минимума вдоль этого направления. Процесс перехода от X^i к X^{i+1} тогда может быть записан в виде

$$\bar{X}^{i+1} = \bar{X}^i + \lambda P^i \quad (4.11)$$

Параметр λ подбирается обычно на каждой итерации так, чтобы минимизировать $S(\bar{X}^i + \lambda P^i)$, т.е. задача многомерной оптимизации сводится к задаче одномерной оптимизации. Такую задачу можно решать, например, методом деления на части или же на основе параболической аппроксимации. Точность спуска по направлению может регулироваться специальным образом в зависимости от степени близости к экстремуму.

Эффективность поиска минимума в значительной мере определяется не одномерным поиском, а способом выбора направления P^i . Выбор P^i может производиться разными способами. Один из простейших, когда P^i вычисляется через производные $S(X)$ по компонентам X , восходит к середине прошлого века. Метод, использующий такое задание P^i , малоэффективен в задачах, в которых функция содержит нерасчленимые взаимосвязанные переменные. Для таких сложных ("овраженных") функций эффективны алгоритмы с памятью наподобие алгоритма метода сопряженных градиентов, в котором P^{i+1} вычисляется как сумма $X^{i+1} - X^i$ и вектора — производных. Мы не будем подробно останавливаться на алгоритмах выбора P^{i+1} и минимизации по направлению, отсылая за этим читателя к специальной литературе [33, 42, 57].

Третьим и немаловажным фактором является выбор критерия окончания счета, поскольку если окончание произошло преждевременно, можно не дойти до искомой точки. Чрезмерная же задержка окончания поиска ведет к непроизводительным потерям машинного времени. Окончание счета обычно производится по значению нормы вектора P^i . К настоящему времени еще не выработана единая точка зрения о наиболее предпочтительных алгоритмах для решения этого типа задач. Обычно предпочтение отдается алгоритмам типа сопряженных градиентов (системы GLOBAL, ULTRA). Первые методы решения систем уравнений, используемые в СССР, основывались на так называемых поисковых алгоритмах (в этих алгоритмах в процессе счета в отличие от остальных не требуется расчета вектора производных от функционала $S(X)$, достаточно вычислять лишь значения самого функционала $S(X)$ [42]).

Наиболее простым и удобным оказался алгоритм, реализующий метод конфигураций. Алгоритм поиска минимума этим методом предс-

пренебречь. Вообще, в реальном случае, когда число измерений l значительно превышает число переменных k , попытки улучшить оценки с точки зрения их асимптотических свойств выглядят наименее. Гораздо более важным может оказаться учет наличия грубых ошибок, т.е. отличия параметра P_{2jm}^{y0} от нуля. Для обработки данных каротажа в этой ситуации могут применяться самые разнообразные методы, в которых проводится отбраковка ненадежных данных.

Оригинальный метод решения системы уравнений предложен М.М. Элланским и реализован им совместно с Т.Н. Кольчицкой [28, 63]. Отличительная особенность его — учет возможности появления грубых (ураганных) ошибок. В работе [63] предлагается выявлять их на основе сопоставления оценок параметров вектора \bar{X} , полученных по различным комбинациям подсистем уравнений, отличающихся от исходной системы отсутствием одного из показаний методов ГИС и отвечающего ему уравнения взаимосвязи Y_j с X . В случае, когда оценки искомого параметра вектора \bar{X} по одной из подсистем будут значимо отличны, предполагается что соответствующий метод ГИС в данном случае содержит грубую ошибку. Искомая оценка вектора \bar{X} получается усреднением всех оценок по подсистемам, не содержащим грубых ошибок. Усреднение проводится с учетом дисперсий оценок разных компонент вектора \bar{X} , получаемых по различным подсистемам, т.е. оценки \bar{X} суммируются с разным весом. В число уравнений системы, используемых при расчетах \bar{X} , могут входить и уравнения типа $X - \bar{X}$ ("уравнения-связки" в терминологии [61]).

Перейдем к рассмотрению более общего, с одной стороны, а с другой — более формально определенного случая, когда система модулей петрофизических зависимостей может включать в себя помимо уравнений типа (4.2) также и неравенства типа (4.1) или (4.3). Задача подбора искомого решения в таком случае также может быть сведена к задаче минимизации некоторого критерия $S(\bar{X})$, который, однако, будет иметь более сложный характер. Один из простейших способов построения такого критерия может быть основан на применении функций $\mu_+(t)$ и $\mu_-(t)$, штрафующих лишь при нарушении неравенства. Функции $\mu_+(t)$ и $\mu_-(t)$ могут быть заданы, например, в виде

$$\mu_+(t) = \begin{cases} |t|^a & \text{при } t > 0 \\ 0 & \text{при } t \leq 0 \end{cases} \quad (4.9)$$

$$\mu_-(t) = \begin{cases} 0 & \text{при } t \geq 0 \\ |t|^a & \text{при } t < 0 \end{cases}$$

где $a \geq 1$, например $a = 2$.

С помощью $\mu_+(t)$ и $\mu_-(t)$ можно сформулировать более общую постановку задачи поиска решения системы зависимостей:

$$S(\bar{X}) = \sum_{j=1}^n [\mu_+(t_j^+) + \mu_-(t_j^-) + \mu_-(t_j^-)], \quad (4.10)$$

где

$$t_j^+ = \left\{ [Y_j - \Phi_{jm}^+ (\bar{X}, \bar{\theta}_{jm}^+)] / \sigma_{yjm}^+ \right\};$$

$$t_j^0 = \left\{ [Y_j - \Phi_{jm}^0 (\bar{X}, \bar{\theta}_{jm}^0)] / \sigma_{yjm}^0 \right\};$$

$$t_j^- = \left\{ [Y_j - \Phi_{jm}^- (\bar{X}, \bar{\theta}_{jm}^-)] / \sigma_{yjm}^- \right\}.$$

Критерий (4.10) не учитывает возможности наличия грубых ошибок, т.е. $P_{2jm}^y \neq 0$ в уравнениях (4.1) — (4.3), в случае, когда такие ошибки присутствуют, вид функций $\mu_+(t)$, $\mu_-(t)$, $\mu_-(t)$ должен существенно отличаться от параболы (наращение этой функции с ростом t должно пойти существенно медленнее). Задание критериев, в которых нарастание $\mu(t)$ идет медленнее, приводит к тому, что оценки \bar{X} становятся существенно более устойчивы к грубым ошибкам или в временной терминологии робастны. Один из способов построения робастных оценок — обнуление тех $\mu(t)$, которые значимо больше остальных, в его ранговой постановке по сути совпадает с алгоритмом, предложенным М.М. Элланским [63] и описанным выше.

Критерий типа (4.10) не исчерпывает собой всех возможных взаимосвязей, поскольку игнорирует ограничения на область изменения \bar{X} и взаимосвязи этих искоемых переменных друг с другом, выраженные соотношениями типа (4.4) — (4.6). Ясно, что если подобные соотношения являются по своей надежности сопоставимыми с соотношениями (4.1) — (4.3), их учет [т.е. введение в (4.10)] может значимо повысить точность получаемых оценок \bar{X} . Это утверждение для случая линейных моделей детально изучено Г.Н. Зверевым [21] и его удалось обосновать путем проведения серии расчетов [42].

Особой является ситуация, в которой некоторые соотношения, используемые при интерпретации, заранее не известны. Так, каждый пласт может принадлежать тому или иному литотипу, для каждого из которых часть уравнений или же коэффициентов отличается от базовых. Возникающая при этом задача получила название задачи комплексной количественно-качественной интерпретации [42]. В этой задаче одновременно отыскивают тип породы и значения компонент вектора \bar{X} . Предположим, что типы породы $I_j(i)$ известны и заданы их вероятности P_j (в рамках этой постановки можно решать и задачу о насыщенности породы; типами в этом случае будут водонасыщенный и продуктивный коллекторы). Пусть минимизицией критерия типа (4.8), исходя